

# 联合核稀疏多元逻辑回归和 TV-L1 错误剔除的高光谱图像分类算法

徐金环<sup>1</sup>, 沈煜<sup>1</sup>, 刘鹏飞<sup>2</sup>, 肖亮<sup>1</sup>

(1. 南京理工大学计算机科学与工程学院, 江苏南京 210094; 2. 南京邮电大学计算机学院、软件学院, 江苏南京 210023)

**摘要:** 稀疏多元逻辑回归(SMLR)是高光谱监督分类中的重要方法,然而仅仅利用光谱信息的 SMLR 忽略了影像本身的空间特征,在少量监督样本下的分类精度和算法的鲁棒性仍明显不足;虽然通过引入核技巧,核稀疏多元逻辑回归(KSMLR)可以部分克服上述缺点,其分类错误仍然有待进一步降低. 本文基于核稀疏多元逻辑回归分类误差的统计建模分析,提出一种联合核稀疏多元逻辑回归和正则化错误剔除的高光谱图像分类模型. 提出的模型通过引入隐概率场,采取 L1 范数度量 KSMLR 分类误差的重尾特性建立数据保真项;利用全变差(Total Variation, TV)正则化度量隐概率场的局部空间光滑性. 由 Indian Pines 和 University of Pavia 数据集等实测数据应用表明,该方法可以得到更鲁棒和更高的分类精度.

**关键词:** 高光谱; 图像分类; 核稀疏多元逻辑回归; 错误剔除

**中图分类号:** TP751 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)01-0175-10

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.01.024

## Hyperspectral Image Classification Combining Kernel Sparse Multinomial Logistic Regression and TV-L1 Error Rejection

XU Jin-huan<sup>1</sup>, SHEN Yu<sup>1</sup>, LIU Peng-fei<sup>2</sup>, XIAO Liang<sup>1</sup>

(1. Computer Science and Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China;

2. School of Computer Science, School of Software, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing, Jiangsu 210023, China)

**Abstract:** Sparse multinomial logistic regression(SMLR) is an important supervised classification method for hyperspectral images(HSI). However, because the traditional SMLR based pixel-wise classifiers only use the spectral signatures, the good robustness and high classification accuracy are hardly achieved with a small number of samples without considering the spatial information of HSI. By using the kernel tricks, the kernel sparse multinomial logistic regression(KSMLR) method can partly overcome this limitation, however the resulted misclassification errors are still expected to be further reduced. According to the statistical analysis of classification errors resulted in KSMLR, we propose a novel two stage framework which combines KSMLR and error rejection for HSI classification. The proposed model, named KSMRL-TV L1, adopts the L1 norm to measure the heavy-tailed property of the classification errors so as to build the data fidelity term, and uses the total variation(TV) regularization term to measure the local spatial smoothness of the hidden probability field. The experiments on Indian Pines dataset and University of Pavia dataset show that the proposed method can better improve the robustness and classification accuracy.

**Key words:** hyperspectral image; image classification; kernel sparse multinomial logistic regression; error rejection

### 1 引言

在高光谱成像仪对地观测环境中,高光谱成像仪可从可见光到红外光谱区域数百个狭窄且连续的波段上获取光谱成像数据. 高光谱图像的每个像元都以向

量形式存在,其不同元素对应不同波段下的光谱响应值. 通常不同物质在特定波段上反射不同的电磁能量,从而可以根据光谱特征来区别不同的物质<sup>[1-3]</sup>. 高光谱图像因其“图谱合一”特性,在军事监视、环境监测、矿物识别等领域得到广泛应用<sup>[4]</sup>,其中高光谱图像分类

收稿日期:2016-05-27;修回日期:2017-01-03;责任编辑:李勇锋

基金项目:国家自然科学基金(No. 61571230);国家重点研发计划(No. 2016YFF0103604);江苏省自然科学基金(No. BK20161500);江苏省 333 工程(No. BRA2015345)

是最重要内容之一。

目前,高光谱图像监督分类方法包括仅利用光谱信息的分类方法和空-谱信息联合的分类方法.支持向量机(Support Vector Machines, SVM)是高维数据监督分类的有效方法,且在高光谱分类中得到很好的分类效果<sup>[5]</sup>.多元逻辑回归(Multinomial Logistic Regression, MLR)<sup>[6]</sup>方法是二分类逻辑回归模型的推广,其主要优点是直接对后验概率建模,通过监督学习计算出各个像元属于每一类的概率,而不需要对联合概率建模.基于稀疏表示(Sparse Representation)<sup>[7]</sup>分类算法的主要思想是假设任一像元都可以由同类别子空间的像元线性表示,进而可由训练样本构造的字典表示下的稀疏编码特征实现高光谱图像分类.稀疏多元逻辑回归(Sparse Multinomial Logistic Regression, SMLR)<sup>[8]</sup>方法很好地融合了稀疏表示和多元逻辑回归方法的优点,是目前高光谱图像分类的重要方法,然而 SMLR 方法尚存在一些不足:(1) SMLR 计算复杂度较高,处理大数据时效率较低;(2) 仅仅利用光谱信息的 SMLR 忽略了影像本身的空间特征,在少量监督样本下的分类精度和算法的鲁棒性仍明显不足.对于前一问题,文献[9]提出利用变量分裂和增广拉格朗日(Logistic Regression via Variable Splitting and Augmented Lagrangian, LORSAL)算法求解 SMLR 中回归量的方法,降低了计算复杂度.对于后者,通过引入核技巧,核稀疏多元逻辑回归(Kernel SMLR, KSMLR)可以部分克服上述缺点,其错误分类率仍然有待进一步降低.概言之,上述方法虽然有效地利用了高光谱图像的光谱信息,但在分类的过程中没有充分挖掘高光谱图像空间相邻像元之间的信息和低维结构<sup>[10]</sup>.

高光谱图像中往往包含一些相似区域,这些区域内相邻的像元通常属于同类地物,即地物分布的空间平滑特性<sup>[11]</sup>.因此,空-谱联合分类方法是目前的研究热点,目前方法中空间特性的利用主要有两种途径:空间特征提取和分类后处理<sup>[12]</sup>.

一般而言,空间特征提取的空-谱联合分类方法的思想是首先提取空间特征,然后利用空间特征和光谱特征联合训练分类器进行图像分类.例如,Camps-Valls 等使用空间均值或方差作为空间特征,通过复合核的方法对光谱特征和空间特征进行融合用于训练支持向量机(SVM)<sup>[13]</sup>.Gurram 等通过在核 Hilbert 空间取平均引入空间信息,提出了一种基于核空间嵌入的上下文 SVM 分类方法<sup>[11]</sup>.从流形学习的观点看,如何利用高维数据中的低维结构或局部流形是当前空-谱联合分类的重要方法.例如,杜博等提出了一种高光谱图像分类的判别流形学习方法,通过引入判别学习方法对高光谱数据进行降维处理,并利用全局流形结构保持空间信息,有效提高了高光谱图像的监督分类精度<sup>[14]</sup>.文献[15]提出了一种高

光谱图像分类的鉴别性局部增强排列(Discriminative Locally Enhanced Alignment)方法,其关键在于设计了一种基于鉴别性局部增强排列技术的半监督高光谱图像降维算法,并基于多层分割结果选择合适的未标签样本和样本间的相似性度量,以达到同时降维分类和保持空间几何结构信息的目的.上述研究表明,空-谱联合的分类算法与仅利用光谱信息的分类方法相比可以有效提高高光谱的分类精度.

分类后处理的方法就是先对每个像素单独分类,然后通过空间后处理剔除分类错误.黄昕等对系列分类后处理算法进行了系统研究,其研究涵盖四大类:基于空域滤波、马尔可夫随机场(Markov Random Fields, MRF)、基于对象的投票(Object-based Voting)和再学习(Relearning)<sup>[16]</sup>.其中,作为代表性图像统计建模工具,马尔可夫随机场可以很好地将空间信息结合到图像分类问题.文献[17]将 SVM 分类器和 MRF 整合在统一框架,达到对高光谱数据空-谱联合的分类.李军等人提出一种联合子空间多元逻辑回归和多层马尔可夫-吉布斯随机场(Multilevel Logistic Markov-Gibbs)的高光谱图像分类方法<sup>[18,19]</sup>.文献[20]提出一种自适应的 MRF 方法,该 MRF 的权值由每个像元的相关性同质指数确定.文献[21]在此基础上提出了一种核稀疏多元逻辑回归(KSMLR)与加权 MRF 相结合的高光谱分类方法,空间信息通过加权的 MRF 进行建模.研究表明,空间信息与光谱信息相结合可以大大减小分类误差,提高少量样本下的监督分类性能.

受文献[18~21]中空-谱联合分类思想的启发,本文提出一种核稀疏多元逻辑回归和 TV-L1 错误剔除方法,其基本框架如图 1 所示.该方法首先采用核稀疏多元逻辑回归模型对高光谱图像进行光谱软分类,得到初始分类概率图  $\mathbf{p}_{\text{KSMLR}}$ ;然后综合高光谱图像中地物局部聚类特性,引入非负且和为 1 隐概率场  $\mathbf{q}$  来刻画分类概率图的空间邻域马尔可夫性.本文将隐概率场  $\mathbf{q}$  与初始分类概率图  $\mathbf{p}_{\text{KSMLR}}$  建模为最大后验推断问题,利用 Laplace 对数似然和 TV 正则化项建立了带约束的 TV-L1 错误剔除模型,该模型可通过交替方向乘子法(Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM)快速求解.实验表明,本文方法有效结合了高光谱图像的局部聚类和邻域马尔可夫性,可以有效剔除因训练样本不足带来的分类错误,提高了少量样本下的监督分类精度.

## 2 核稀疏多元逻辑回归方法及分类误差建模

假设  $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N) \in R^{L \times N}$  表示高光谱图像,其中  $\mathbf{x}_i \in R^L$  表示高光谱的第  $i$  个像元, $L$  表示波段数, $S = \{1, 2, \dots, N\}$  表示高光谱图像  $N$  个像元的索引集, $\mathbf{Y} = (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N) \in R^{K \times N}$  是图像类别标签,其中, $\mathbf{y}_i =$

$$[y_i^{(1)}, y_i^{(2)}, \dots, y_i^{(K)}]^T \in R^K, y_i^{(j)} = \begin{cases} 1, & x_i \in \text{第 } j \text{ 类} \\ 0, & x_i \notin \text{第 } j \text{ 类} \end{cases}$$

$K = \{1, 2, \dots, K\}$  即  $K$  个类别.

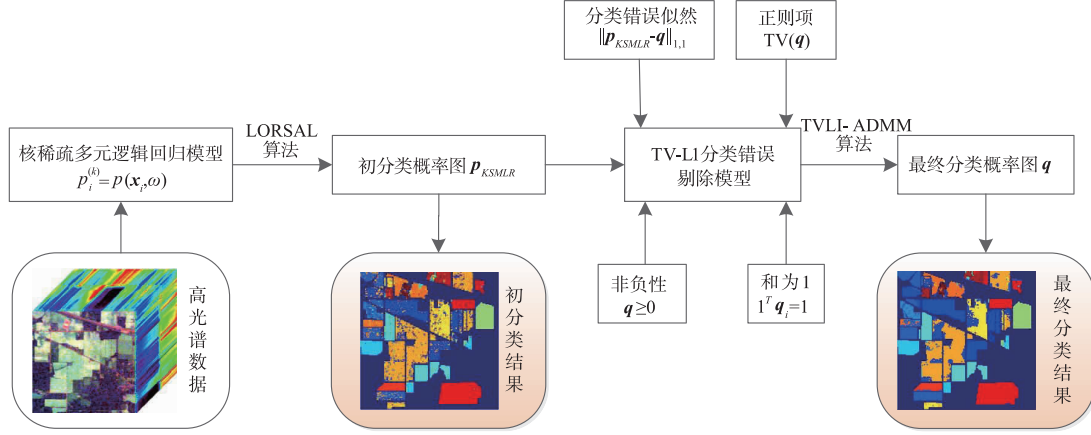


图1 核稀疏多元逻辑回归和TV-L1错误剔除模型框架

## 2.1 核稀疏多元逻辑回归(KSMLR)方法

高光谱图像监督分类的目标是为每一个像元  $x_i$  分配一个类别标签  $y_i \in K$ , 最终产生一个分类的类别图. 根据稀疏多元逻辑回归模型<sup>[8]</sup>,  $p(y_i | x_i)$  是求给定像元  $x_i$  及特征权重向量  $\omega$  的条件下,  $x_i$  属于第  $k$  类的概率, 记为  $p_i^{(k)}$ , 公式如下:

$$p_i^{(k)} = p(y_i^{(k)} = 1 | x_i, \omega) = \frac{\exp(\omega^{(k)\top} h(x_i))}{\sum_{j=1}^K \exp(\omega^{(j)\top} h(x_i))} \quad k \in K, i \in S \quad (1)$$

其中,  $p_i = [p_i^{(1)}, \dots, p_i^{(K)}]^T$ ,  $\omega = [\omega^{(1)\top}, \dots, \omega^{(K)\top}]$  是特征权重值向量,  $h(x) = [h_1(x), \dots, h_l(x)]$  表示像元特征. 通常情况下,  $h(x)$  可以选择为核函数  $h(x) = [1, K(x, x_1), \dots, K(x, x_n)]^T$ , 其中  $K(\cdot, \cdot)$  是一个对称的核函数. 本文使用径向基(Radial Basis Function, RBF)函数,  $K(x_i, x_j) = \exp(-\|x_i - x_j\|^2 / 2\sigma^2)$ , 假设权重向量  $\omega$  具有稀疏性,  $\omega$  的一般性先验可以建模为拉普拉斯(Laplace)密度函数<sup>[8]</sup>, 如下:

$$p(\omega) \propto \exp(-\lambda \|\omega\|_1) \quad (2)$$

其中  $\lambda > 0$ .

$\omega$  的最大后验估计可以写成如下形式:

$$\hat{\omega} = \arg \max_{\omega} \{l(\omega) + \log p(\omega)\} \quad (3)$$

其中  $l(\omega)$  是一个对数似然函数:

$$l(\omega) = \log \prod_{i=1}^N p(y_i | x_i, \omega) = \sum_{i=1}^N \left[ \sum_{k=1}^K y_i^{(k)} \omega^{(k)\top} x_i - \log \sum_{k=1}^K \exp(\omega^{(k)\top} x_i) \right] \quad (4)$$

文献[9]对模型(3)进行求解时, 首先采用二次型下界逼近的方法将模型(3)转换为“ $l_1$ ”问题, 然后利用变量分裂和增广拉格朗日(LORSAL)算法对其进行求解, 从

而近似求得核稀疏多项式逻辑回归(KSMLR)的回归量.

## 2.2 分类错误统计分析

令上述核稀疏多元逻辑回归(KSMLR)方法获得的初步分类概率图记为  $p_{KSMLR} = [p_1, \dots, p_N] \in R^{K \times N}$ . 由于该方法仅利用光谱信息缺少空间上下文约束, 使得同类均匀区域的分类结果含有误差点或异常点, 导致分类精度较低.

图2给出了核稀疏多元逻辑回归方法在 Indian Pines 数据集和 University of Pavia 数据集上训练样本个数与分类误差之间的关系图. 从图2中可以看出, 随着分类训练样本的增多, 分类的误差逐渐降低, 反之分类误差逐渐增多. 图3(a), (b)分别给出了两个数据集的分类误差均为20%时的分类误差图.

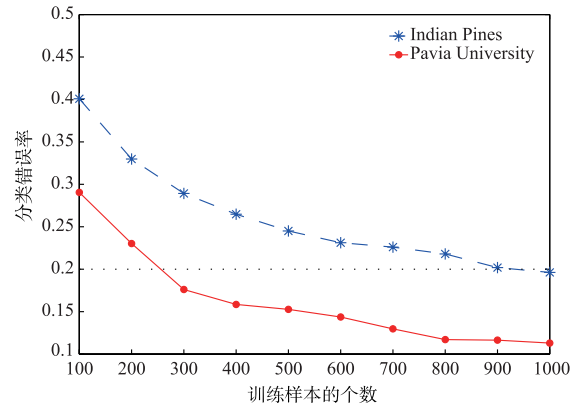


图2 样本个数对分类结果影响

下面, 本文对分类误差进行直方图拟合分析. 首先, 利用  $p_{KSMLR}$  与  $p_0 \in R^{K \times N}$  相减, 得到每一类的分类概率误差, 其中,  $p_0 = [p_0^{(1)}, p_0^{(2)}, \dots, p_0^{(K)}]^T$  表示真实类别标签的概率矩阵,  $p_0^{(k)} \in R^N$  表示所有像元属于第  $k$  类的概率. 图4(a), (b)中带状区域是总分类概率误差实际分布的直

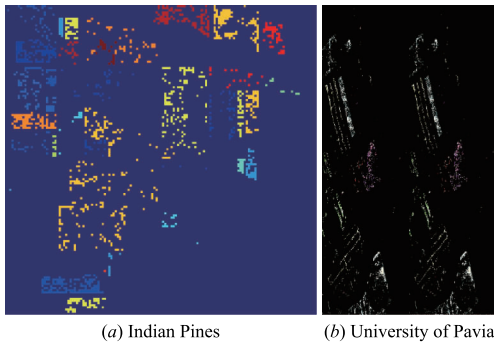


图3 分类误差图

方图,从图中可以看到分类误差服从零处有高尖峰,尖峰两侧有重尾的概率密度分布.特别地,本文可计算出图4(a)直方图的峰度(kurtosis)为91.6524,图4(b)直方图的峰度(kurtosis)为80.9315,远远大于高斯分布的峰度(高斯分布的峰度为3).为了更直观地阐述 Indian Pines 数据集和 University of Pavia 数据集上总分类概率误差分布直方图的高峰度和超高斯性,本文采用高斯分布和拉普拉斯分布对其进行拟合.

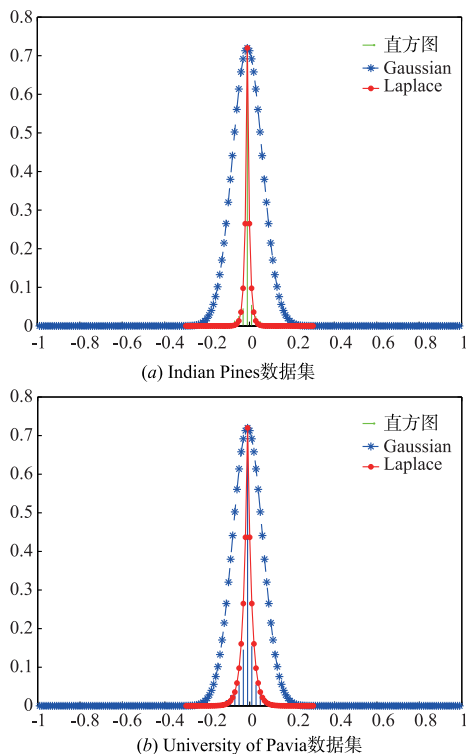


图4 分类误差分布拟合图

图4(a)(b)中的曲线给出了 Indian Pines 数据集和 University of Pavia 数据集分类概率误差的拟合结果.图中“\*”表示高斯分布拟合的结果,“o”表示拉普拉斯分布拟合的结果.从图中可以看出分类概率误差的实际分布与拉普拉斯分布模型最为接近.为了全面评价初分类概率误差与两种统计模型的吻合程度,我们利用 $\chi^2$ 统计

假设检验方法来定量计算分类概率误差的实际分布与两种统计模型的拟合误差.在 Indian Pines 数据集中,高斯分布拟合的 $\chi^2$ 统计量为11921( $\pm 0.5$ ),拉普拉斯分布拟合的 $\chi^2$ 统计量为77.05( $\pm 0.5$ );在 University of Pavia 数据集中,高斯分布拟合的 $\chi^2$ 统计量为16039( $\pm 0.5$ ),拉普拉斯分布拟合的 $\chi^2$ 统计量为55.49( $\pm 0.5$ ).因此,分类误差可以建模为拉普拉斯分布:

$$f(x) = \exp(-|x - \mu|/\sigma)/2\sigma \quad (5)$$

式中, $\mu$ 是位置参数, $\sigma$ 为随机变量的方差.

### 3 联合核稀疏多元逻辑回归和 TV-L1 错误剔除的两阶段分类算法

#### 3.1 基于 TV-L1 分类错误剔除的正则化模型

为了有效融入高光谱图像的局部马尔可夫性和邻域地物聚类性质,本文引入隐概率场 $\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_N] \in R^{K \times N}$ 来表征分类概率图,其中 $\mathbf{q}_i = [q_i^{(1)}, \dots, q_i^{(K)}]^T \in R^K$ , $q_i^{(k)}$ 表示像元 $\mathbf{x}_i$ 属于第 $k$ 类的概率,然后根据最大后验的边缘分布(MAP marginal, MPM)<sup>[21]</sup>确定最终分类标签 $\mathbf{y}_i$ ,公式如下:

$$\hat{\mathbf{y}}_i = \arg \max_k q_i^{(k)} \quad (6)$$

因此,本文的目标是有效结合空间局部马尔可夫特性,设计一种空-谱联合处理算法,以此获得更精确的分类概率 $\mathbf{q}$ .

进一步,本文将待估计类别概率图 $\mathbf{q}$ 与KSMLR方法求得的分类概率图 $\mathbf{p}_{KSMLR}$ 的关系建模为:

$$\mathbf{p}_{KSMLR} = \mathbf{q} + \mathbf{v} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{v}$ 是核稀疏多项式逻辑回归分类导致的异常分类错误.

在贝叶斯框架下,从 $\mathbf{p}_{KSMLR}$ 推断 $\mathbf{q}$ 可转化为求解最大化后验概率 $p(\mathbf{q} | \mathbf{p}_{KSMLR})$ :

$$\hat{\mathbf{q}} = \arg \max_{\mathbf{q}} p(\mathbf{q} | \mathbf{p}_{KSMLR}) = \arg \max_{\mathbf{q}} \left( \frac{p(\mathbf{p}_{KSMLR} | \mathbf{q}) p(\mathbf{q})}{p(\mathbf{p}_{KSMLR})} \right) \quad (8)$$

进而,求解最大化后验概率(8)的解等价于求解下面最小化表达式:

$$\hat{\mathbf{q}} = \arg \min_{\mathbf{q}} \{ -\log p(\mathbf{p}_{KSMLR} | \mathbf{q}) - \log p(\mathbf{q}) \} \quad (9)$$

由2.2节分析得知KSMLR方法求得的分类概率误差可建模为拉普拉斯分布,即

$$p(\mathbf{p}_{KSMLR} | \mathbf{q}) = \frac{1}{2\sigma} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{p}_{KSMLR} - \mathbf{q}\|_{1,1}}{\sigma}\right) \quad (10)$$

其中 $\|\mathbf{q}\|_{1,1} = \sum_{i=1}^N \|\mathbf{q}_i\|_1$ .

对于隐变量先验概率项,由于高光谱图像中地物的聚类效应,相邻像元属于相同类别的概率较大,因此可以认为隐变量场具有空间局部马尔可夫性.根据文献[19]马尔可夫场(MRF)空间先验,其可以建模为:

$$p(\mathbf{q}) = \frac{1}{Z} \exp \left\{ -\mu_s \sum_{q_j \in N_s(q_i)} \|q_i - q_j\|_1 \right\} \quad (11)$$

其中,  $Z$  是归一化常数,  $q_j \in N_s(q_i)$  表示像素  $j$  是像素  $i$  空间域上的邻域像素,  $\delta$  控制着邻域的大小, 参数  $\mu_s$  协调图像中每个局域的同质程度.

因此, 将  $p(\mathbf{p}_{\text{KSMLR}} | \mathbf{q})$  和  $p(\mathbf{q})$  代入式(9), 得到隐概率  $\mathbf{q}$  的估计模型为:

$$\hat{\mathbf{q}} = \arg \min_{\mathbf{q}} \left\{ \|\mathbf{p}_{\text{KSMLR}} - \mathbf{q}\|_{1,1} + \mu_s \cdot \sigma \sum_{q_j \in N_s(q_i)} \|q_i - q_j\|_1 \right\}$$

s. t.  $\mathbf{q} \geq 0, \mathbf{q}_{A_i} = \mathbf{Y}_{A_i}, \mathbf{1}^T \mathbf{q}_i = 1, i = 1, \dots, N$  (12)

式中, 第一项是数据保真项, 该项保证待求分类隐概率  $\mathbf{q}$  和由 KSMLR 方法求得的概率  $\mathbf{p}_{\text{KSMLR}}$  之间的一致性; 第二项为正则项, 主要依赖于图像的空间平滑先验知识. 此外, 由于  $\mathbf{q}$  是概率分布, 所以具有非负性并且每一列的和为 1.  $A_i$  是训练样本在图像场景中的位置索引,  $\mathbf{Y} = (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N) \in R^{K \times N}$  是分类标记图, 其对应的每个类别标签为 1 到  $K$  编码.

依据文献[22], 首先假设  $\mathbf{H}_h: R^{K \times N} \rightarrow R^{K \times N}$  表示一个线性算子, 计算  $\mathbf{q}$  和其邻域像元直接的水平差分 (horizontal differences), 即  $\mathbf{H}_h \mathbf{q} = [\mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{d}_N]$ , 其中  $\mathbf{d}_i = \mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{i_h}$ ,  $i$  和  $i_h$  分别表示像元  $i$  位置和它的水平邻域 (horizontal neighbor). 类似地,  $\mathbf{H}_v$  是具有相同定义的垂直差分. 则

$$\mathbf{H} \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_h \mathbf{q} \\ \mathbf{H}_v \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (13)$$

基于上述定义, 式(12)中空间信息先验项可进一步表示为:

$$\sum_{q_j \in N_s(q_i)} \|q_i - q_j\|_1 = \|\mathbf{H} \mathbf{q}\|_{1,1} = \text{TV}(\mathbf{q})$$

其中  $\mathbf{H}$  是与 TV 操作等价的卷积算子. 基于上述 TV 项的离散表示, 本文最终空-谱联合的 TV-L1 错误剔除分类模型为:

$$\hat{\mathbf{q}} = \arg \min_{\mathbf{q}} \left\{ \|\mathbf{p}_{\text{KSMLR}} - \mathbf{q}\|_{1,1} + \lambda_{\text{TV}} \text{TV}(\mathbf{q}) \right\} \quad (14)$$

$$\text{s. t. } \mathbf{q} \geq 0, \mathbf{q}_{A_i} = \mathbf{Y}_{A_i}, \mathbf{1}^T \mathbf{q}_i = 1, i = 1, \dots, N$$

其中,  $\lambda_{\text{TV}} = \mu_s \cdot \sigma \geq 0$  是空间自适应的正则化参数.

### 3.2 TV-L1 错误剔除模型的 ADMM 快速算法

模型(14)可采用交替方向乘子法 (ADMM) [23-26] 求解. 通过引入变量  $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2$  和  $\mathbf{V}_3$ , 则模型(14)可转化为如下问题:

$$\arg \min_{\mathbf{q}} \left\{ \|\mathbf{q} - \mathbf{p}_{\text{KSMLR}}\|_{1,1} + \lambda_{\text{TV}} \|\mathbf{V}_2\|_{1,1} + l_R(\mathbf{V}_3) + l_{|1|}(\mathbf{1}^T \mathbf{q}_i) \right\}$$

s. t.  $\mathbf{V}_1 = \mathbf{q}$   
 $\mathbf{V}_2 = \mathbf{H} \mathbf{V}_1$   
 $\mathbf{V}_3 = \mathbf{q}$  (15)

其中, 当  $x$  属于集合  $s$  时,  $l_s(x)$  等于 0, 否则  $l_s(x)$  等于  $+\infty$ . 因此, 模型(15)的增广拉格朗日函数表示为:

$$L(\mathbf{q}, \mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \mathbf{V}_3, \mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2, \mathbf{D}_3) = \|\mathbf{q} - \mathbf{p}_{\text{KSMLR}}\|_{1,1} + \lambda_{\text{TV}} \|\mathbf{V}_2\|_{1,1} + l_R(\mathbf{V}_3)$$

$$+ l_{|1|}(\mathbf{1}^T \mathbf{q}_i) + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{q} - \mathbf{V}_1 - \mathbf{D}_1\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{H} \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2 - \mathbf{D}_2\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{q} - \mathbf{V}_3 - \mathbf{D}_3\|_F^2 \quad (16)$$

式中  $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2$  和  $\mathbf{D}_3$  皆为拉格朗日乘子 (Lagrange multipliers),  $\mu$  是一个非负参数.

根据 ADMM 算法框架, 模型(16)可转化为:

- 子问题 1) 固定  $\mathbf{V}_1^{(t)}, \mathbf{V}_2^{(t)}, \mathbf{V}_3^{(t)}, \mathbf{D}_1^{(t)}, \mathbf{D}_2^{(t)}, \mathbf{D}_3^{(t)}$ , 求解  $\mathbf{q}^{(t+1)}$ ;
- 子问题 2) 固定  $\mathbf{q}^{(t+1)}, \mathbf{D}_1^{(t)}, \mathbf{D}_2^{(t)}, \mathbf{D}_3^{(t)}$ , 求解  $\mathbf{V}_1^{(t+1)}, \mathbf{V}_2^{(t+1)}, \mathbf{V}_3^{(t+1)}$ ;
- 子问题 3) 更新  $\mathbf{D}_1^{(t+1)}, \mathbf{D}_2^{(t+1)}, \mathbf{D}_3^{(t+1)}$ .

此时, 最小化过程可以表示为:

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{q}^{(t+1)} &= \arg \min_{\mathbf{q}} L(\mathbf{q}, \mathbf{V}_1^{(t)}, \dots, \mathbf{V}_3^{(t)}, \mathbf{D}_1^{(t)}, \dots, \mathbf{D}_3^{(t)}) \\ &= \text{soft} \left( \mathbf{V}_1^{(t)} + \mathbf{D}_1^{(t)} + \mathbf{V}_3^{(t)} + \mathbf{D}_3^{(t)} - 2\mathbf{p}_{\text{KSMLR}}, \frac{1}{\mu} \right) \\ &\quad + \mathbf{p}_{\text{KSMLR}} \\ \mathbf{V}_i^{(t+1)} &= \arg \min_{\mathbf{V}_i} L(\mathbf{q}^{(t+1)}, \mathbf{V}_1^{(t)}, \dots, \mathbf{V}_3^{(t)}, \mathbf{D}_1^{(t)}, \dots, \mathbf{D}_3^{(t)}) \\ \mathbf{V}_1^{(t+1)} &= (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{H}^T (\mathbf{V}_2^{(t)} + \mathbf{D}_2^{(t)}) + \mathbf{q}^{(t+1)} - \mathbf{D}_1^{(t)}) \\ \mathbf{V}_2^{(t+1)} &= \text{soft}(\mathbf{D}_2^{(t)} - \mathbf{H} \mathbf{V}_1^{(t+1)}, \lambda_{\text{TV}} / \mu) \\ \mathbf{V}_3^{(t+1)} &= \max(\mathbf{q}^{(t+1)} - \mathbf{D}_3^{(t)}) \\ \mathbf{D}_i^{(t+1)} &= \arg \min_{\mathbf{D}_i} L(\mathbf{q}^{(t+1)}, \mathbf{V}_1^{(t+1)}, \dots, \mathbf{V}_3^{(t+1)}, \mathbf{D}_1^{(t)}, \dots, \mathbf{D}_3^{(t)}) \\ \mathbf{D}_1^{(t+1)} &= \mathbf{D}_1^{(t)} - \mathbf{q}^{(t+1)} + \mathbf{V}_1^{(t+1)} \\ \mathbf{D}_2^{(t+1)} &= \mathbf{D}_2^{(t)} - \mathbf{H} \mathbf{V}_1^{(t+1)} + \mathbf{V}_2^{(t+1)} \\ \mathbf{D}_3^{(t+1)} &= \mathbf{D}_3^{(t)} - \mathbf{q}^{(t+1)} + \mathbf{V}_3^{(t+1)} \end{aligned} \right. \quad (17)$$

综上所述, 求解 TV-L1 错误剔除模型的 ADMM 快速算法如算法 1 所示.

---

#### 算法 1 求解 TV-L1 的分类错误剔除的 ADMM 快速算法 (TVL1-ADMM)

---

步骤 1: 输入:  $\mathbf{p}_{\text{KSMLR}}$

初始化  $t = 0, \mu > 0, \mathbf{V}_1^0, \mathbf{V}_2^0, \mathbf{V}_3^0, \mathbf{D}_1^0, \mathbf{D}_2^0, \mathbf{D}_3^0$ , 迭代次数  $Maxiter$ .

步骤 2: while  $t < Maxiter$  do

$$\mathbf{q}^{(t+1)} = \arg \min_{\mathbf{q}} L(\mathbf{q}, \mathbf{V}_1^{(t)}, \dots, \mathbf{V}_3^{(t)}, \mathbf{D}_1^{(t)}, \dots, \mathbf{D}_3^{(t)})$$

for  $i = 1, \dots, 3$

$$\mathbf{V}_i^{(t+1)} = \arg \min_{\mathbf{V}_i} L(\mathbf{q}^{(t+1)}, \mathbf{V}_1^{(t)}, \dots, \mathbf{V}_3^{(t)}, \mathbf{D}_1^{(t)}, \dots, \mathbf{D}_3^{(t)})$$

end for

for  $i = 1, \dots, 3$

$$\mathbf{D}_i^{(t+1)} = \arg \min_{\mathbf{D}_i} L(\mathbf{q}^{(t+1)}, \mathbf{V}_1^{(t+1)}, \dots, \mathbf{V}_3^{(t+1)}, \mathbf{D}_1^{(t)}, \dots, \mathbf{D}_3^{(t)})$$

end for

end while

步骤 3: 输出:  $\mathbf{q}$ . // 模型(14)的解.

---

### 3.3 联合核稀疏多元逻辑回归和 TV-L1 错误剔除的两阶段分类算法

综合 2.1 节 KSMLR 方法和 3.2 节算法 1, 本文提出一种空谱联合分类的两阶段算法. 该算法包含两个阶段: (1) 核稀疏多元逻辑回归分类, 得到初始分类概率图  $p_{KSMLR}$ ; (2) TV-L1 错误剔除, 该阶段引入了分类概率图的空间邻域马尔可夫性, 从而可得到更精细的分类概率图. 具体内容如算法 2 所示.

#### 算法 2 联合核稀疏多元逻辑回归和 TV-L1 错误剔除的两阶段分类算法 (KSMLR-TV1)

步骤 1: 输入: 高光谱图像  $X$ , 训练集  $\{x_i, y_i\}_{i=1}^M$ , 类别数  $K$ ,  
设置参数: 核稀疏多元逻辑回归阶段参数:  $\lambda, \beta$   
TV-L1 错误剔除阶段参数:  $\lambda_{TV}, \mu$   
步骤 2: 第一阶段: 核稀疏多元逻辑回归对每一个测试像素  $x_i \in X$   
(a) 通过式(3)学习回归量  $\hat{\omega} = LORSAL(\{x_i, y_i\}_{i=1}^M, \lambda, \beta)$ ,  
(b) 通过式(1)计算概率  $p_i^{(k)} = p(x_i, \omega)$   
(c) 计算下一个像素  
结束  
输出: 初始分类概率图  $p_{KSMLR}$   
步骤 3: 第二阶段: TV-L1 错误剔除  
调用算法 1 得到更精确的分类概率图  $\hat{q} = TVL1-ADMM(p_{KSMLR}, \lambda_{TV}, \mu)$   
步骤 4: 通过式(6)计算, 输出最终的分类图

算法 2 中第一阶段的 (a) 步骤, 采用的是 LORSAL 算法学习回归量  $\omega$ , 其计算复杂度为  $O(L^2(K-1))$ . 在第二阶段 TVL1-ADMM 算法中计算的复杂度主要在于计算变量  $V_2$ , 其复杂度为  $O(LN \log(N))$ , 而其它变量的计算复杂度皆为  $O(N)$ .

## 4 实验与分析

本文采用两组高光谱数据集检验算法的分类性能. 为测试本文算法的性能, 将提出算法与目前国际上流行的仅利用光谱信息的分类和空谱联合分类方法对比. 对比方法包括: 支持向量机 (SVM)<sup>[5]</sup> 方法、组合核支持向量机 (Composite Kernel SVM, SVM-CK)<sup>[13]</sup> 方法、正交匹配追踪法 (Orthogonal Matching Pursuit, OMP)<sup>[7]</sup>、核化的正交匹配追踪法 (Kernelized OMP, KOMP)<sup>[7]</sup>、联合正交匹配追踪法 (Simultaneous OMP, SOMP)<sup>[7]</sup>、组合核 KOMP (Composite Kernel KOMP, KOMP-CK)<sup>[27]</sup>、核稀疏多元逻辑回归方法 (Kernel Sparse Multinomial Logistic Regression, KSMLR)<sup>[28]</sup>、稀疏多元逻辑回归结合多级逻辑空间先验的方法 (SMLR with Multi-Level Logistic spatial prior, SMLR-MLL)<sup>[28]</sup>、组合核稀疏多元逻辑回归方法 (Composite Kernel SMLR, SMLR-CK)<sup>[27]</sup>、KSMLR 与 TV-L2 相结合的方法 (记为 KSMLR-

TVL2)<sup>[21]</sup>. 本文的方法为 KSMLR 与 TV-L1 相结合的方法 (记为 KSMLR-TV1). 对比算法均按原文献实现, 其中, KOMP 采用的核函数为 RBF 核函数.

本文采用的评价指标包括总体分类精度 (Overall Accuracy, OA)、平均分类精度 (Average Accuracy, AA) 和 Kappa 系数. 结果均采用 10 次独立随机实验的平均正确率作为各算法的分类性能及其稳定性的评价.

### 4.1 Indian Pines 数据集

该数据集为机载可见红外成像光谱仪 (AVIRIS) 在美国印第安纳州 Indian Pines 实验区采集的高光谱遥感图像. 该图像共包含 220 个波段, 空间分辨率为 20m, 图像大小为  $145 \times 145$ . 去除 20 个水汽吸收和低信噪比波段后 (波段号为 104-108, 150-163, 220), 选择剩下的 200 个波段作为研究对象<sup>[9]</sup>. 该地区共包含 16 种已知地物共 10366 个样本. 由于该数据集涉及的地物光谱具有很高的相似性, 同时各类样本的数目很不均衡, 给地物的高精度分类带来极大的挑战, 因此被广泛用于高光谱图像分类算法的性能测试.

首先, 设置本实验中相关的参数, 本文算法中有 3 个重要参数, 径向基核参数  $\sigma_{RBF}$ , 拉普拉斯拟合参数  $\sigma_{lap}$  和  $\mu_s$ .  $\sigma_{RBF}$  是由交叉验证来求得,  $\sigma_{RBF} = 2$ ,  $\sigma_{lap}$  经验取值为 0.01,  $\mu_s$  取值为 2. 对每类地物选取相同比例的标记样本作为训练样本, 剩余的作为测试样本, 然后使用各个算法进行分类. 对于不同比例的训练样本, 各算法的分类结果如图 5 所示.

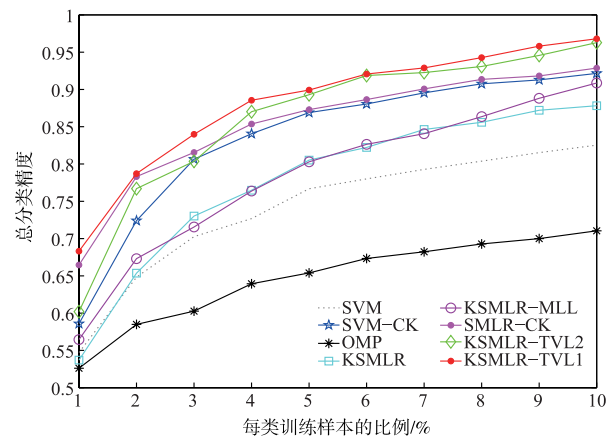


图5 Indian Pines数据集对不同比例的训练样本各方法的分类精度

分析图 5 可以发现, 对于不同比例训练样本 (1% ~ 10%) 的情况, 直接使用光谱信息进行分类, 无论使用何种算法, 其分类精度均较低, 而结合了空间信息的空谱联合分类的正确率会有显著地提高, 说明除了光谱信息, 空间信息在高光谱图像分类中也具有重要作用. 将利用空间信息的 SMLR-CK 方法, KSMLR-MLL 方法和 KSMLR-TV2 方法与仅使用光谱信息的 KSMLR 方法进行比较, 不难看出, 加入空间信息的分类方法可

以获得较大的分类性能提升. 在此基础上, 本文提出的 KSMLR-TV L1 错误剔除模型进一步融合了高光谱图像的空谱特性, 分类性能又有提升, 特别是对于训练样本较少的情况, 其提升效果更加明显.

为了详细比较各算法对每类的分类情况, 表 1 列出了对 10% 训练样本的各算法的分类结果, 从总精度来看, 本文方法要比仅利用光谱信息的方法分类精度提高了 14. 67%. 图 7 为 10% 训练样本下的各算法的分类图.

### 4.2 University of Pavia 数据集

该数据集为反射光学成像光谱仪 (RODIS) 采集的城区高光谱图像, 共包含 115 个波段, 波长范围为 0. 43 ~ 0. 86 $\mu\text{m}$ , 空间分辨率为 1. 3m, 图像大小为 610  $\times$  340. 在去除噪声波段之后, 选择剩下的 103 个波段作为研究对象<sup>[9]</sup>. 该数据集共包含 9 种典型地物, 共 42776 个样本. 该数据集也被广泛应用于高光谱图像分类算法的性能测试.

该实验中, 参数设置如下: 径向基核参数  $\sigma_{RBF}$ , 拉普拉斯拟合参数  $\sigma_{lap}$  和  $\mu_s$ .  $\sigma_{RBF}$  是由交叉验证求得,  $\sigma_{RBF} = 2$ ,  $\sigma_{lap}$  经验取值为 0. 01,  $\mu_s$  取值为 10. 对每类地物选取相同比例的标记样本作为训练样本, 剩余的作

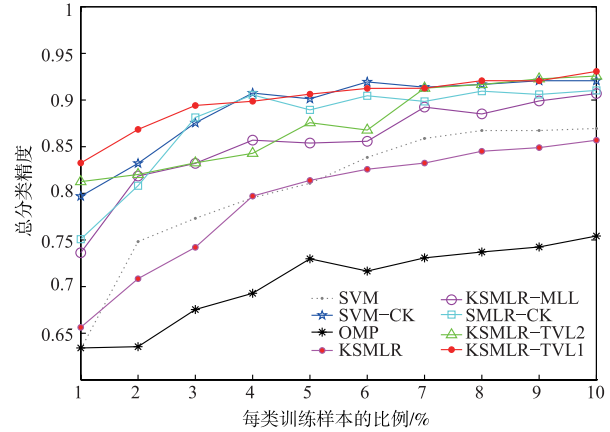


图6 University of Pavia数据集对不同比例的训练样本各方法的分类精度

为测试样本, 然后使用各个算法进行分类. 对于不同比例的训练样本 (1% ~ 10%), 各算法的分类结果如图 6 所示.

为了详细的比较各算法对每类的分类情况, 表 2 列出了对 10% 训练样本的各算法分类结果, 从总精度来看, 本文方法要比仅利用光谱信息的方法分类精度提高了 13%. 图 8 为 10% 训练样本下各算法的分类图.

表 1 不同分类方法在 Indian Pines 数据集的分类结果

Classification Methods			SVM		Sparse Representation				Based on SMLR				
Class	Train	Test	SVM	SVM-CK	OMP	KOMP	SOMP	KOMP-CK	KSMLR	KSMLR-MLL	SMLR-CK	KSMLR-TV L2	KSMLR-TV L1
Alfalfa	6	48	81.25	95.83	63.75	75.00	85.42	94.37	64.17	70.42	82.71	91.25	<b>94.25</b>
Corn-no till	144	1290	86.28	82.50	63.46	81.50	94.88	96.37	82.03	92.96	96.23	<b>97.63</b>	89.68
Corn-min till	84	750	72.80	79.02	61.08	74.63	94.93	95.63	70.97	86.65	95.45	<b>96.52</b>	95.62
Corn	24	210	87.73	85.71	47.43	69.57	91.43	97.10	64.81	79.38	94.24	<b>97.44</b>	92.66
Grass/pasture	50	447	92.08	92.35	90.85	91.41	89.49	97.38	90.72	94.25	93.71	96.18	<b>97.58</b>
Grass/tree	75	672	92.26	69.57	95.06	96.09	98.51	99.46	96.46	98.66	98.72	97.99	<b>98.52</b>
Grass/pasture-mowed	3	23	89.23	92.31	83.48	76.96	91.30	93.91	38.70	50.00	84.35	<b>92.31</b>	90.32
Hay-windrowed	49	440	96.93	98.98	97.55	98.89	99.55	99.68	96.93	99.39	98.38	<b>99.39</b>	95.33
Oats	2	18	91.00	70.00	53.89	73.89	0.000	92.78	78.57	50.00	74.44	70.00	<b>82.36</b>
Soybeans-no till	97	871	75.16	85.95	72.35	77.21	89.44	94.88	76.61	90.20	88.99	<b>98.35</b>	95.64
Soybeans-min till	247	2221	66.08	88.90	77.61	85.98	97.34	98.06	83.03	93.89	96.61	<b>99.15</b>	98.69
Soybeans-clean till	62	552	83.82	80.60	55.78	81.32	88.22	96.27	81.76	94.37	94.98	92.02	<b>95.32</b>
Wheat	22	190	99.13	99.06	97.42	99.11	100.0	99.05	98.63	99.58	99.81	95.28	<b>96.33</b>
Woods	130	1164	87.54	94.44	93.99	96.07	99.14	98.99	96.25	97.66	97.52	99.38	97.89
Bldg-grass-tree-drives	38	342	75.41	56.84	46.17	60.00	99.12	96.02	70.24	79.30	96.03	98.68	<b>99.36</b>
Stone-steel towers	10	85	88.24	91.58	89.41	94.00	96.47	92.71	67.13	73.06	90.13	89.47	<b>91.65</b>
Overall Accuracy(%)			84.52	90.86	75.99	85.12	95.28	97.33	83.18	92.70	95.47	97.75	<b>97.85</b>
Average Accuracy(%)			79.24	84.63	74.33	83.23	88.45	96.42	75.67	84.36	92.80	89.40	<b>95.01</b>
Kappa			0.758	0.859	0.726	0.830	0.946	0.969	0.816	0.917	0.952	0.974	0.967

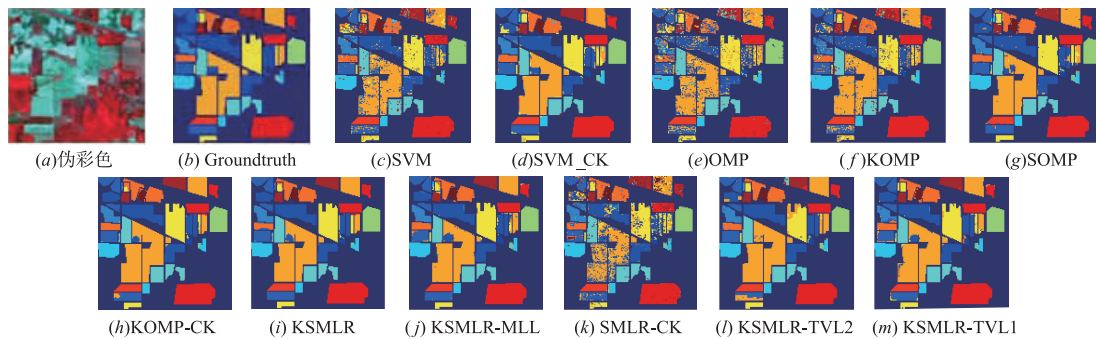


图7 Indian Pines 数据集

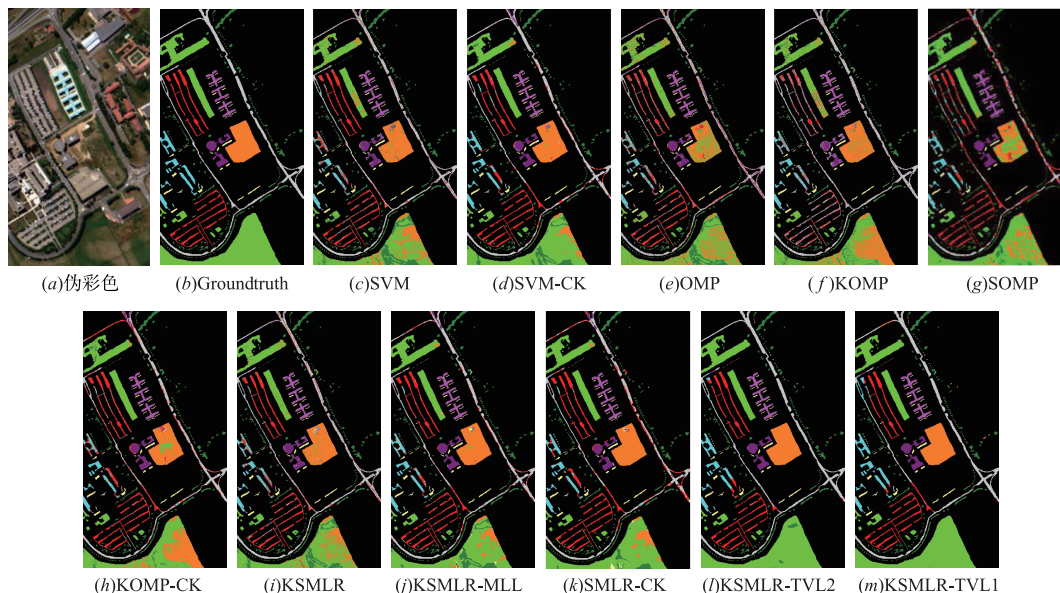


图8 University of Pavia 数据集

表 2 不同分类方法在 University of Pavia 数据集的分类结果

Classification Methods			SVM		Sparse Representation				Based on SMLR				
类别号	Train	Test	SVM	SVM-CK	OMP	KOMP	SOMP	KOMP-CK	KSMLR	KSMLR-MLL	SMLR-CK	KSMLR-TVL2	KSMLR-TVL1
Asphalt	548	6304	84.30	79.85	59.73	76.09	59.33	82.33	80.88	88.48	77.17	<b>95.14</b>	93.37
Meadows	540	18146	67.01	84.68	66.16	69.61	78.15	72.47	72.63	76.22	81.61	82.45	<b>99.44</b>
Gravel	392	1815	68.43	81.87	66.51	72.12	83.53	82.26	70.75	73.56	82.42	73.13	<b>97.28</b>
Trees	524	2912	97.80	96.36	97.10	98.11	96.61	98.56	97.52	98.76	95.46	85.89	75.72
Metal sheets	265	1113	99.37	99.37	99.85	99.73	99.46	99.82	99.26	99.70	99.03	<b>1.000</b>	99.84
Bare soil	532	4572	92.45	93.55	69.38	87.66	77.41	93.92	94.51	97.47	96.94	99.25	<b>1.000</b>
Bitumen	375	981	89.91	90.21	88.42	88.07	98.57	92.46	90.83	94.74	93.83	98.13	<b>99.67</b>
Bricks	514	3364	92.42	92.81	79.09	89.51	89.09	78.78	90.44	96.66	94.65	96.30	<b>98.68</b>
Shadows	231	795	97.23	95.35	89.97	93.96	91.95	96.98	96.20	99.37	97.47	83.24	76.20
Overall Accuracy(%)			79.15	87.18	71.17	78.33	79.00	81.07	81.63	85.69	86.16	89.72	<b>93.70</b>
Average Accuracy(%)			87.66	90.47	79.58	86.10	86.04	88.61	88.11	91.66	90.95	<b>93.37</b>	92.24
Kappa			0.737	0.833	0.639	0.725	0.728	0.758	0.769	0.819	0.824	0.868	<b>0.929</b>

由图 6 可知 KSMLR-TVL1 算法在少量训练样本下,监督分类性能优势明显(如图 6 中训练样本比例为

1% ~ 3% 时);随着监督训练样本增加,本文算法的总分类精度较其他算法有比较稳健的提升,但与 KSMLR-

TVL2 的优势不明显. 其原因是只含有非常少的训练样本时, KSMLR 将出现较多分类错误, 其分类错误趋于拉普拉斯分布, 因此 TV-L1 模型可以更有效地剔除分类错误; 随着监督样本增加, KSMLR 的分类错误减少, 其分布可能偏离拉普拉斯分布, 此时 KSMLR-TV L2 模型会得到具有竞争性的分类结果. 但由图 6 中训练样本比例为 9% 和 10% 综合来看, 本文 KSMLR-TV L1 算法具有更稳健的分类结果. 上述实验也表明, 在今后工作中, 我们可以结合更为鲁棒的错误剔除模型, 以自适应分类错误的统计规律, 得到更为一致鲁棒的分类结果.

## 5 结束语

本文针对少量监督样本下高光谱图像分类算法的鲁棒性和分类精度问题, 提出了一种联合核稀疏多元逻辑回归和 TV-L1 错误剔除的高光谱图像分类算法. 首先, 利用核稀疏多元逻辑回归方法挖掘高光谱数据光谱特性的分类特性, 得到初分类概率图; 采取 L1 范数度量分类误差的尖峰和重尾特性, 利用 TV 正则化建立了 TV-L1 的错误剔除模型, 该模型利用交替方向乘法 (ADMM) 快速求解. 通过真实的高光谱数据实验, 证明了提出方法比主流的高光谱分类方法具有更好的分类效果. 后续工作可进一步结合稳健统计模型, 并通过隐变量将两阶段问题转为一个统一优化模型, 提高分类的速度和精度; 此外, 可以进一步结合主动学习方法<sup>[29]</sup>, 基于有效信息量测度有效利用未标签的训练样本, 进一步提高监督分类性能.

## 参考文献

- [1] 童庆禧, 张兵, 郑兰芬. 高光谱遥感: 原理、技术与应用 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2006. 166 - 238.  
TONG Qing-xi, ZHANG Bing, ZHENG Lan-fen. Hyperspectral Remote Sensing [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006. 166 - 238. (in Chinese)
- [2] 吴泽彬, 韦志辉, 孙乐, 等. 基于迭代加权 L1 正则化的高光谱混合像元分解 [J]. 南京理工大学学报, 2011, 35 (4): 431 - 435.  
WU Ze-Bin, WEI Zhi-hui, SUN Le, et al. Hyperspectral unmixing based on iterative weighted L1 regularization [J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2011, 35(4): 431 - 435. (in Chinese)
- [3] 宋相法, 焦李成. 基于稀疏表示及光谱信息的高光谱遥感图像分类 [J]. 电子与信息学报, 2012, 34 (2): 268 - 272.  
SONG Xiang-fa, JIAO Li-cheng. Classification of hyperspectral remote sensing image based on sparse representation and spectral information [J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2012, 34(2): 268 - 272. (in Chinese)
- [4] DU Bo, ZHANG Liang-pei. Random-selection-based anomaly detector for hyperspectral imagery [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2011, 49 (5): 1578 - 1589.
- [5] MELGANI F, BRUZZONE L. Classification of hyperspectral remote sensing images with support vector machines [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2004, 42(8): 1778 - 1790.
- [6] BOHNING D. Multinomial logistic regression algorithm [J]. Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 1992, 44(1): 197 - 200.
- [7] CHEN Y, NASRABADI N M, TRAN T D. Hyperspectral image classification using dictionary based sparse representation [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2011, 49(10): 3973 - 3985.
- [8] KRISHNAPURAM B, CARIN L, FIGUEIREDO M A T, Hartemink A J. Sparse multinomial logistic regression; fast algorithms and generalization bounds [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(6): 957 - 968.
- [9] BIOUCAS-DIAS J M, FIGUEIREDO M. Logistic regression via variable splitting and augmented lagrangian tools [R]. Instituto Superior T'ecnico, TULisbon, 2009.
- [10] 孙乐, 吴泽彬, 冯灿, 等. 一种新的两分类器融合的空谱联合高光谱分类方法 [J]. 电子学报, 2015, 43 (11): 2210 - 2217.  
SUN L, WU Ze-bin, FENG Can, et al. A novel two-classifier fusion method for spectral-spatial hyperspectral classification [J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43 (11): 2210 - 2217. (in Chinese)
- [11] GURRAM P, KWON H. Contextual SVM Using Hilbert Space Embedding for Hyperspectral Classification [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2013, 10 (5): 1031 - 1035.
- [12] 倪鼎, 马洪兵. 基于近邻协同的高光谱图像谱-空联合分类 [J]. 自动化学报, 2015, 41 (2): 273 - 284.  
NI Ding, MA Hong-bing. Spectral-spatial classification of hyperspectral images based on neighborhood collaboration [J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(2): 273 - 284. (in Chinese)
- [13] CAMPS-VALLS G, GOMEZ-CHOVA L, MUNOZ-MARI J, et al. Composite kernels for hyperspectral image classification [J]. IEEE Geoscience & Remote Sensing Letters, 2006, 3(1): 93 - 97.
- [14] DU Bo, ZHANG Liang-pei, ZHANG Le-fei, et al. A discriminative manifold learning based dimension reduction method for hyperspectral classification [J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2012, 14(2): 272 - 277.

- [15] SHI Qian, ZHANG Liang-pei, DU Bo. Semisupervised discriminative locally enhanced alignment for hyperspectral image classification[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013, 51(9): 4800 – 4815.
- [16] HUANG Xin, LU Qi-kai, ZHANG Liang-pei, et al. New postprocessing methods for remote sensing image classification: a systematic study[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 52(11): 7140 – 7159.
- [17] TARABALKA Y, FAUVEL M, CHANUSSOT J, et al. SVM-and MRF-based method for accurate classification of hyperspectral images[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2010, 7(4): 736 – 740.
- [18] LI J, BIOUCAS-DIAS J M, PLAZA A. Semisupervised hyperspectral image segmentation using multinomial logistic regression with active learning[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2010, 48(11): 4085 – 4098.
- [19] LI J, BIOUCAS-DIAS J M, PLAZA A. Spectral-spatial hyperspectral image segmentation using subspace multinomial logistic regression and Markov random fields[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50(3): 809 – 823.
- [20] ZHANG Bing, LI Shan-shan, JIA Xiu-ping, et al. Adaptive Markov random field approach for classification of hyperspectral imagery[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2011, 8(5): 973 – 977.
- [21] SUN Le, WU Ze-bin, LIU Jian-jun, et al. Supervised spectral-spatial hyperspectral image classification with weighted Markov random fields[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 53(3): 1490 – 1503.
- [22] IORDACHE M D, BIOUCAS-DIAS J M, PLAZA A. Total variation spatial regularization for sparse hyperspectral unmixing[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50(11): 4484 – 4502.
- [23] ESSER E. Applications of Lagrangian-Based Alternating Direction Methods and Connections to Split Bregman[R]. CAM Report, 2009.
- [24] GOLDSTEIN T, OSHER S. The split bregman method for L1-regularized problems[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(2): 323 – 343.
- [25] WU Chun-lin, TAI Xue-cheng. Augmented Lagrangian method, dual methods, and split Bregman iteration for ROF, vectorial TV, and high order models[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2010, 3(3): 300 – 339.
- [26] IORDACHE M D, BIOUCAS-DIAS J M, PLAZA A. Total variation spatial regularization for sparse hyperspectral unmixing[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50(11): 4484 – 4502.
- [27] CHEN Y, NASRABADI N M, TRAN T D. Hyperspectral image classification via kernel sparse representation[A]. Processing of International Conference on Image Processing[C]. Brussels, Belgium: IEEE Computer Society, 2011. 1233 – 1236.
- [28] LI J, BIOUCAS-DIAS J M, PLAZA A. Exploiting spatial information in semi-supervised hyperspectral image segmentation[A]. Proceedings of Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing[C]. Reykjavik, Iceland: GRSS, 2010. 1 – 4.
- [29] DU B, WANG Z, ZHANG L, et al. Exploring representativeness and informativeness for active learning[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(1): 14 – 26.

#### 作者简介



徐金环 女, 1992年9月出生, 山东济南人. 2014年毕业于南京理工大学计算机科学与技术系, 现为博士研究生, 从事高光谱遥感图像分类方面的研究.

E-mail: jinhuan\_2014@163.com



肖亮(通讯作者) 男, 1976年出生于湖南长沙, 南京理工大学计算机科学与工程学院教授、博士生导师, 江苏省“光谱成像与智能感知”重点实验室和教育部“高维信息智能感知与系统”重点实验室副主任. 主要研究领域为: 图像处理与计算机视觉、机器学习与模式识别.

E-mail: xiaoliang@mail.njust.edu.cn